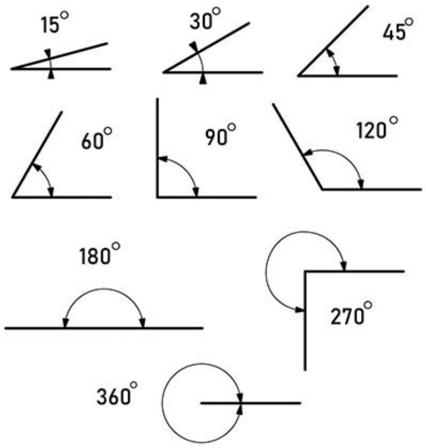
بحث عن

الزوايا المحيطية

المادة : ....



عمل الطالب

....

الصف : ....

مقدمة

تُعتبر الزوايا من المفاهيم الأساسية في علم الهندسة، وخاصة تلك المتعلقة بالدائرة. فالدائرة، بما لها من خصائص فريدة، تُنتج أنواعًا مختلفة من الزوايا التي لها علاقات مهمة بأجزاء الدائرة مثل الأقواس والأوتار. من بين هذه الزوايا الهامة تأتي **الزوايا المحيطية**، وهي الزوايا التي يقع رأسها على محيط الدائرة ويشكل ضلعيها وترين في الدائرة. تلعب الزوايا المحيطية دورًا حاسمًا في فهم العديد من النظريات والمسائل الهندسية المتعلقة بالدائرة، ولها تطبيقات متنوعة في الرياضيات والعلوم الأخرى.

تعريف الزاوية المحيطية وعناصرها الأساسية

الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على محيط الدائرة، وضلعاها هما وتران في الدائرة يشتركان في نقطة الرأس.

لتوضيح ذلك، تخيل دائرة ولتكن لدينا ثلاث نقاط A، B، C تقع جميعها على محيط الدائرة. إذا قمنا برسم الوتر AB والوتر BC، فإن الزاوية ∠ABC هي زاوية محيطية.

عناصر الزاوية المحيطية

1. **الرأس:** هو النقطة التي يقع عليها رأس الزاوية، وفي حالة الزاوية المحيطية، يكون الرأس (مثل النقطة B في المثال أعلاه) نقطة على محيط الدائرة.
2. **الضلعان:** هما الوتران اللذان يشكلان الزاوية (مثل الوتر AB والوتر BC في المثال أعلاه).
3. **القوس المقابل (Intercepted Arc):** هو القوس الذي يقع داخل الزاوية المحيطية ويكون محصورًا بين ضلعيها (مثل القوس AC في المثال أعلاه).

من المهم التمييز بين الزاوية المحيطية والزاوية المركزية، حيث أن الزاوية المركزية يقع رأسها في مركز الدائرة.

نظرية الزاوية المحيطية

تُعتبر نظرية الزاوية المحيطية من أهم النظريات المتعلقة بالزوايا في الدائرة، وتنص على ما يلي:

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

بمعنى آخر، إذا كانت لدينا زاوية محيطية ∠ABC تقابل القوس AC، فإن:

قياس ∠ABC = ½ * قياس القوس AC

إثبات نظرية الزاوية المحيطية

يمكن إثبات هذه النظرية في ثلاث حالات مختلفة بناءً على موقع مركز الدائرة بالنسبة للزاوية المحيطية:

1. **الحالة الأولى: مركز الدائرة يقع على أحد ضلعي الزاوية المحيطية.** لنفترض أن مركز الدائرة O يقع على الضلع AB للزاوية المحيطية ∠ABC. نرسم نصف القطر OC. في المثلث OBC، يكون OB = OC (أنصاف أقطار)، لذا فإن المثلث متساوي الساقين، وبالتالي ∠OBC = ∠OCB. الزاوية ∠AOC هي زاوية مركزية تقابل القوس AC، وهي أيضًا زاوية خارجية للمثلث OBC، لذا فإن قياس ∠AOC = قياس ∠OBC + قياس ∠OCB = 2 * قياس ∠OBC. وبما أن ∠OBC هي نفسها ∠ABC، فإن قياس ∠ABC = ½ * قياس ∠AOC، أي نصف قياس القوس AC.
2. **الحالة الثانية: مركز الدائرة يقع داخل الزاوية المحيطية.** نرسم القطر BD الذي يمر بمركز الدائرة O. يقسم هذا القطر الزاوية المحيطية ∠ABC إلى زاويتين ∠ABD و ∠DBC. حسب الحالة الأولى، فإن قياس ∠ABD = ½ * قياس القوس AD، وقياس ∠DBC = ½ * قياس القوس DC. بجمع هاتين المعادلتين، نحصل على قياس ∠ABC = قياس ∠ABD + قياس ∠DBC =

½ * (قياس القوس AD + قياس القوس DC) = ½ * قياس القوس AC.

3. **الحالة الثالثة: مركز الدائرة يقع خارج الزاوية المحيطية.** نرسم القطر BD الذي يمر بمركز الدائرة O. في هذه الحالة، تكون ∠ABC هي الفرق بين زاويتين محيطيتين ∠ABD و ∠CBD. حسب الحالة الأولى، فإن قياس ∠ABD = ½ * قياس القوس AD، وقياس ∠CBD = ½ * قياس القوس CD. بطرح هاتين المعادلتين، نحصل على قياس ∠ABC = قياس ∠ABD - قياس ∠CBD = ½ * (قياس القوس AD - قياس القوس CD) = ½ * قياس القوس AC.

في جميع الحالات الثلاث، نجد أن قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

نتائج نظرية الزاوية المحيطية (Corollaries)

تترتب على نظرية الزاوية المحيطية عدة نتائج هامة:

1. **الزوايا المحيطية التي تقابل نفس القوس تكون متطابقة.** إذا كان لدينا زاويتان محيطيتان في دائرة تقابلان نفس القوس، فإن قياس كل منهما سيكون نصف قياس هذا القوس، وبالتالي فإن قياس الزاويتين سيكون متساويًا.

2. **الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون زاوية قائمة (90 درجة).** إذا كان القوس المقابل للزاوية المحيطية هو نصف دائرة، فإن قياس هذا القوس هو 180 درجة. وبالتالي، فإن قياس الزاوية المحيطية سيكون ½ * 180 درجة = 90 درجة.

3. **الزاويتان المتقابلتان في شكل رباعي دائري تكونان متكاملتين (مجموع قياسيهما 180 درجة).** الشكل الرباعي

الـدائري هـو شـكل ربـاعي تقـع جميـع رؤوسـه على محيـط دائـرة واحدة. إذا كان لدينا شـكل ربـاعي دائـري ABCD، فـإن ∠A و ∠C تقـابلان القـوس BCD و BAD على التـوالي، ومجمـوع قياسـيهما سيكون نصـف مجمـوع قياسـي هـذين القوسـين، أي نصـف قيـاس الدائرة الكاملة (360 درجة)، وبالتالي 180 درجة. وبالمثل، فـإن ∠B و ∠D متكاملتان.

أمثلة على الزوايا المحيطية وقياساتها

لتوضيح نظرية الزاوية المحيطية ونتائجها، إليك بعض الأمثلة:

- إذا كان قياس القوس المقابل لزاوية محيطية يسـاوي 80 درجـة، فإن قياس الزاوية المحيطية يساوي ½ * 80 = 40 درجة.
- إذا كـانت لـدينا زاويتـان محيطيتـان تشـتركان في نفس القـوس قياسه 120 درجـة، فـإن قيـاس كـل من الزاويـتين سـيكون ½ * 120 = 60 درجة، وبالتالي الزاويتان متطابقتان.
- إذا كان لدينا وتر في دائـرة هـو قطرهـا، فـإن أي زاويـة محيطيـة مرسومة على هذا القطر سيكون قياسها 90 درجة.

تطبيقات الزوايا المحيطية

تُسـتخدم الزوايـا المحيطيـة في العديـد من التطبيقـات الرياضـية والهندسية:

1. **حل المسائل الهندسية المتعلقة بالدائرة:** نظريـة الزاويـة المحيطية ونتائجها تُستخدم بشكل كبير في إيجاد قياسات الزوايـا والأقواس والأوتار في الدائرة.
2. **الإنشـاءات الهندسـية:** يمكن اسـتخدام مفهـوم الزاويـة المحيطية في بعض الإنشاءات الهندسية مثل رسم مماس لدائرة من نقطة خارجها.

3. **الملاحة والمسح:** في بعض تطبيقات الملاحة والمسح، يمكن استخدام قياس الزوايا المحيطية لتحديد المواقع والمسافات.

4. **الرسومات الحاسوبية وبرامج الهندسة:** تعتمد العديد من الخوارزميات في الرسومات الحاسوبية وبرامج الهندسة على خصائص الزوايا المحيطية.

العلاقة بين الزوايا المحيطية والزوايا المركزية

كما ذكرنا سابقًا، الزاوية المركزية يقع رأسها في مركز الدائرة، بينما الزاوية المحيطية يقع رأسها على محيط الدائرة. إذا كانت زاوية مركزية وزاوية محيطية تشتركان في نفس القوس، فإن قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المقابل لها، بينما قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس هذا القوس. وبالتالي، فإن قياس الزاوية المركزية يساوي ضعف قياس الزاوية المحيطية التي تشترك معها في نفس القوس.

الزوايا المتكونة من الأوتار والقواطع والمماسات

هناك نظريات أخرى تتعلق بالزوايا المتكونة من الأوتار والقواطع والمماسات في الدائرة، وهذه النظريات غالبًا ما تكون مرتبطة بنظرية الزاوية المحيطية. على سبيل المثال، قياس الزاوية المتكونة من مماس ووتر يمر بنقطة التماس يساوي نصف قياس القوس المقابل لهذا الوتر.

خاتمة

في الختام، تُعتبر الزوايا المحيطية مفهومًا أساسيًا في هندسة الدائرة، ونظرية الزاوية المحيطية هي أداة قوية لحل العديد من المسائل المتعلقة بالزوايا والأقواس في الدائرة. لقد استعرضنا في هذا البحث تعريف الزاوية المحيطية وعناصرها، ونظرية الزاوية المحيطية وإثباتها في الحالات المختلفة، بالإضافة إلى نتائج هذه النظرية وتطبيقاتها المتنوعة. إن فهم الزوايا المحيطية والعلاقات بينها وبين الأقواس والزوايا المركزية والأوتار يثري معرفتنا بجمال وانسجام الدائرة كشكل هندسي أساسي، ويُمكننا من استكشاف المزيد من الخصائص والنظريات المتعلقة بها.